MATEMÁTICA

Matemática — Questão 01

Em uma sala há uma lâmpada, uma televisão [TV] e um aparelho de ar condicionado [AC]. O consumo da lâmpada equivale a 2/3 do consumo da TV e o consumo do AC equivale a 10 vezes o consumo da TV. Se a lâmpada, a TV e o AC

forem ligados simultaneamente, o consumo total de energia será de 1,05 quilowatts hora [kWh]. Pergunta-se:

A) Se um kWh custa R$0,40, qual será o custo para manter a lâmpada, a TV e o AC ligados por 4 horas por dia durante 30 dias?

B) Qual é o consumo, em kWh, da TV?

RESOLUÇÃO:

A) O custo (C) para manter a lâmpada, a televisão e o ar condicionado ligados por dia durante 30 dias, sendo um kwh R$ 0,40, é C = (1,05 · 4 · 30) ⇒ C = 50,40 reais.

B) Seja lâmpada, televisão e ar condicionado L, T, AC respectivamente.

Assim, por hipótese temos que o consumo de energia dos aparelhos são $L = \frac{2}{3}T$ e $AC = 10T$.

Foi dado também que o consumo de energia durante uma hora é 1,05 kwh.

Daí

$$L + T + AC = 1,05 \text{ kwh} \Rightarrow$$
$$\frac{2}{3}T + T + 10T = 1,05 \text{ kwh} \Rightarrow$$
$$\frac{35T}{3} 1,05 \text{ kwh} \Rightarrow$$
$$T = 0,09 \text{ kwh}$$

Portanto, o consumo de energia da televisão ligada durante uma hora é de 0,09 kwh. Já se a televisão ficar ligada 4 horas por dia, durante 30 dias o consumo de enregia é de:

0,09 · 4 · 30 = 10,8 kwh

Sabe-se que o número natural D, quando dividido por 31, deixa resto $r \in N$ e que o mesmo número D, quando dividido por 17, deixa resto 2r.

A) Qual é o maior valor possível para o número natural r?

B) Se o primeiro quociente for igual a 4 e o segundo quociente for igual a 7, **CALCULE** o valor numérico de D.

RESOLUÇÃO:

A) $\begin{array}{l|l} D & \underline{31} \\ r & \end{array}$

Ora, r = 30 é o maior reto possível.

$\begin{array}{l|l} D & \underline{17} \\ 27 & \end{array}$

Ora, $2r = 16 \Rightarrow r = 8$ é o maior resto possível.

Daí, para satisfazer as duas divisões temos que r = 8.

B) $\begin{array}{l|l} D & \underline{31} \\ r & 4 \end{array} \Rightarrow D = 31 \cdot 4 + r \qquad \text{(I)}$

$\begin{array}{l|l} D & \underline{17} \\ 2r & 7 \end{array} \Rightarrow D = 17 \cdot 7 + 2r \qquad \text{(II)}$

Igualando I e II, temos:

$31 \cdot 4 \cdot r = 17 \cdot 7 \cdot 2r \Rightarrow 124 - 119 = r \Rightarrow r = 5. \qquad \text{(III)}$

Substituindo III em I, temos:

$D = 31 \cdot 4 + 5 \Rightarrow D = 124 + 5 \Rightarrow D = 129$

Matemática — Questão 03

Um triângulo equilátero tem o mesmo perímetro que um hexágono regular cujo lado mede 1,5 cm.
CALCULE:

A) O comprimento de cada lado do triângulo.

B) A razão entre as áreas do hexágono e do triângulo.

RESOLUÇÃO:

A) O perímetro (2P) de um triângulo equilátero de lado ℓ é 2P = 3ℓ.

O perímetro (2P) de um hexágono regular de lado regular de lado 1,5 cm é 2P = 6 · 1,5 $\Rightarrow$ 2P = 9.

Como a triângulo equilátero eo hexágono regular tem o mesmo perímetro, então 3ℓ = 9 $\Rightarrow$ ℓ = 3 cm.

B) A área do hexágono regular é

$$A_h = 6 \cdot (1,5)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_h = 3 \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A_h = \frac{27\sqrt{3}}{8}.$$

A área do triângulo equilátero é:

$$A_T = (3)^3 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_T = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

Daí, a razão entre as áreas do hexágono regular e do triângulo é:

$$\frac{A_h}{A_T} = \frac{\frac{27\sqrt{3}}{8}}{\frac{9\sqrt{3}}{4}} = \frac{27\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{4}{9\sqrt{3}} = \frac{3}{2}$$

Portanto,

$$\frac{A_h}{A_T} = \frac{3}{2}$$

Matemática — Questão 04

Sejam a e b números inteiros e seja N(a, b) a soma do quadrado da diferença entre a e b com o dobro do produto de a por b.

A) **CALCULE** N(3, 9).

B) **CALCULE** N(a, 3a) e diga qual é o algarismo final de N(a, 3a) para qualquer $a \in Z$.

RESOLUÇÃO:

A) Ora, $N(a,b) = (a - b)^2 + 2ab \Rightarrow N(a,b) = a^2 - 2ab + b^2 + 2ab \Rightarrow N(a,b) = a^2 + b^2$.

Assim, $N(3,9) = 3^2 + 9^2 \Rightarrow N(3,9) = 9 + 81 \Rightarrow N(3,9) = 90$.

B) $N(a, 3a) = a^2 + (3a)^2 \Rightarrow N(a, 3a) = a^2 + 9a^2 \Rightarrow N(a, 3a) = 10a^2$

Ora, N(a, 3a) é um número múltiplo de 10.

Assim, o algarismo final de N(a, 3a) é sempre 0.

Matemática – Questão 05

Entre todos os triângulos cujos lados têm como medidas números inteiros e perímetro igual a 24 cm, apenas um deles é equilátero e apenas um deles é retângulo. Sabe-se que um dos catetos do triângulo retângulo mede 8 cm.

a) **CALCULE** a área do triângulo equilátero.

b) **ENCONTRE** o raio da circunferência circunscrita ao triângulo retângulo.

RESOLUÇÃO:

a)

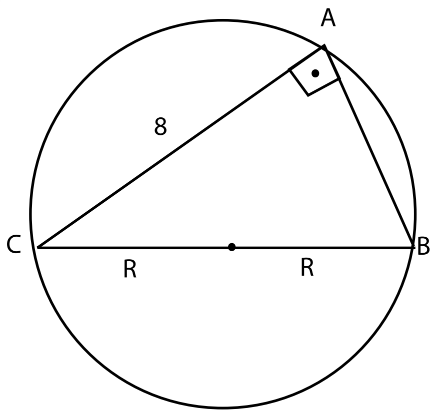
Seja l o lado do triângulo equilátero em que o perimetro é 24 cm.

Daí, $3l = 24 \Rightarrow l = 8$ cm

Logo, a área do triângulo equilátero é $= \dfrac{l^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \dfrac{8^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

b)

Seja R o raio da circunferência circunscrita ao triângulo retângulo, em que um dos catetos mede 8 cm e seu perimetro vale 24 cm.



Daí, $AB + 2R + 8 = 24 \Rightarrow AB = 16 - 2R$

Aplicando o Teorema de Pitágoras no Δ ABC temos

$(2R)^2 = 8^2 (16-2R)^2 \Rightarrow (2R)^2 - (16-2R)^2 = 64 \Rightarrow$

$(2R+16-2R)(2R-16+2R) = 64 \Rightarrow 16\,(4R-16) = 64 \Rightarrow$

$4(R-4) = 4 \Rightarrow R-4 = 1 \Rightarrow 5$ cm

Matemática — Questão 06

Suponha que, em uma prova, um aluno gaste para resolver cada questão, a partir da segunda, o dobro de tempo gasto para resolver a questão anterior. Suponha ainda que, para resolver todas as questões, exceto a última, ele tenha gasto 63,5 minutos e para resolver todas as questões, exceto as duas últimas, ele tenha gasto 31,5 minutos. **CALCULE**:

a) O número total de questões da referida prova.

b) O tempo necessário para que aquele aluno resolva todas as questões da prova.

RESOLUÇÃO:

a)

Como o tempo gasto para o aluno resolver cada questão, a partir da segunda , é sempre o dobro do tempo gasto para resolver a questão anterior, então temos que os tempos gastos para resolver as questões se trata de uma progressão geométrica.

Assim, seja x o tempo gasto para resolver a primeira questão da prova.

Daí, (x, 2x, 4x, 8x, ...)

Ora, o termo geral da P.G de razão q=2 é $a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow a_n = x.2^{n-1}$, em que n é o número total de questões.

Como o aluno gastou 63,5 minutos para resolver todas as questões exceto a última, então a soma dos tempos das n-1 questão é

$$S_{n-1} = \frac{a_1\left(q^{n-1}-1\right)}{q-1} \Rightarrow 63,5 = \frac{x\left(2^{n-1}-1\right)}{2-1} \Rightarrow 63,5 = x\left(2^{n-1}-1\right)\ (\mathrm{I})$$

Como o aluno gastou 31,5 minutos para resolver todos as questões exceto as duas últimas, então a soma dos tempos das n-2 questões é

$$S_{n-2} = \frac{a_1\left(q^{n-2}-1\right)}{q-1} \Rightarrow 31,5 = \frac{x\left(2^{n-2}-1\right)}{2-1} = 31,5 = x\left(2^{n-2}-1\right)\quad (\mathrm{II})$$

Dividindo I por II temos

$$\frac{63,5}{31,5} = \frac{x\left(2^{n-1}-1\right)}{x\left(2^{n-2}-1\right)} \Rightarrow \frac{635}{315} = \frac{\frac{2^n}{2}-1}{\frac{2^n}{2^2}-1} \Rightarrow \frac{127}{63} = \frac{\frac{2^n-2}{2}}{\frac{2^n-4}{4}}$$

$$\frac{127}{163} = \frac{2^n+2}{2^n-4} \Rightarrow 127\cdot 2^n - 127\cdot 4 = 126\cdot 2^n - 126\cdot 2 \Rightarrow$$

$$127\cdot 2^n - 126\cdot 2^n = 127\cdot 4 - 126\cdot 2 \Rightarrow$$

$$2^n\left(127-126\right) = 508 - 252 \Rightarrow$$

$$2^n = 2^8 \Rightarrow n = 8$$

b)

Como temos 8 questões na prova, então o tempo gasto para fazer a primeira questão é

$$S_{n-1} = \frac{x\left(2^{n-1}-1\right)}{2-1} \Rightarrow 63,5 = x\left(2^{8-1}-1\right) \Rightarrow 63,5 = x \cdot 127 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Daí, para resolver todas as questões da prova é

$$S_{n-1} = \frac{x\left(2^{n}-1\right)}{2-1} \Rightarrow S_8 = \frac{1}{2}\left(2^{8}-1\right) \Rightarrow S_8 = 127,5 \text{ minutos}$$

A função L(x) = ae^{bx} fornece o nível de iluminação, em luxes, de um objeto situado a x metros de uma lâmpada.

a) **CALCULE** os valores numéricos das constantes a e b, sabendo que um objeto a 1 metro de distância da lâmpada recebe 60 luxes e que um objeto a 2 metros de distância recebe 30 luxes.

b) Considerando que um objeto recebe 15 luxes, **CALCULE** a distância entre a lâmpada e esse objeto.

RESOLUÇÃO:

a)

Por hipótese $L(x)=a.e^{bx}$

Ora, $L(1)=60 \Rightarrow a.e^{b.1} = 60 \Rightarrow ae^{b} = 60$ (I) e

$L(2)=30 \Rightarrow a.e^{b.2} = 30 \Rightarrow ae2^{b} = 30$ (II)

Dividindo II por I temos

$$\frac{ae^{2b}}{ae^{b}} = \frac{30}{60} \Rightarrow e^{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow l_n e^{b} = l_n \frac{1}{2} \Rightarrow b = l_n \frac{1}{2} \quad \text{(III)}$$

Substituindo III em I temos

$$a \cdot e^{\ln\frac{1}{2}} = 60 \Rightarrow a \cdot \frac{1}{2} = 60 \Rightarrow a = 120$$

b)

Como $a = 120$ e $b = \ln\frac{1}{2}$, então $L(x) = 120\ e^{x \cdot \ln\frac{1}{2}} \Rightarrow L(x) = 120 \cdot e^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)^{x}} \Rightarrow L(x) = 120 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$

Se $L(x) = 15$, então $15 = 120 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x} \Rightarrow \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x} \Rightarrow x = 3m$

Dada a equação polinomial com coeficientes reais $x^3 - 5x^2 + 9x - a = 0$:

a) **ENCONTRE** o valor numérico de a de modo que o número complexo 2 + i seja uma das raízes da referida equação.

b) Para o valor de a encontrado no item anterior, determine as outras duas raízes da mesma equação.

RESOLUÇÃO:

a)

Por hipótese a equação polinomial tem coeficientes reais.

Z+i é raiz da equação polinomial, então Z-i também é raiz.

Seja k a terceira raiz da equação polinomial.

Assim, das relações de Girard temos Z + i + 2 - i + k = $\frac{-(-5)}{1} \Rightarrow k + 4 = 5 \Rightarrow k = 1$

Logo, se K=1 é raiz da equação $x^3 - 5x^2 + 9x - a = 0$,

Então $(1)^3-5(1)^2+9.(1)-a=0 \Rightarrow a=5$

b)

As outras duas raízes da equação são Z-i e 1.

Considere o conjunto dos dígitos {1, 2, 3, ..., 9} e forme com eles números de nove algarismos distintos.

a) Quantos desses números são pares?

b) Escolhendo-se ao acaso um dos números do item (a), qual a probabilidade de que este número tenha exatamente dois dígitos ímpares juntos?

RESOLUÇÃO:

a)

$$\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{8!}\ \underbrace{\_\ \_}_{4!}\ \_ = 8! \cdot 4 = 161280$$

Para um número ser par, o dígito da unidade tem que ser par.

Assim, de acordo com o conjunto dado temos 4 possibilidades para as unidades.

Os outros oito números podem ser qualquer um dos oito dígitos dado.

Assim, temos uma permutação de 8.

b)

Para que tenhamos um número par com, exatamente dois dígitos ímpares juntos, nós tempos as seguintes possibilidades

IPIPIPIIP ou IPIPIIIPP ou IPIIIPIPP ou IIPIPIPIP = 4!5!+4!5!+4!3!+4!5!+4!5! = 4.(4!5!)=11520

Agora, a probabilidade de se escolher um desses números ao caso é

$$P = \frac{\text{parte}}{\text{todo}} \Rightarrow P = \frac{11520}{161280} \Rightarrow P = \frac{1}{14}$$

Matemática — Questão 10

Os pontos A, B, C e D pertencem ao gráfico da função y = 1 x , x > 0. As abcissas de A, B e C são iguais a 2, 3 e 4, respectivamente, e o segmento AB é paralelo ao segmento CD.

A) **ENCONTRE** as coordenadas do ponto D.

B) **MOSTRE** que a reta que passa pelos pontos médios dos segmentos AB e CD passa também pela origem.

RESOLUÇÃO:

A) Por hipótese os pontos A, B, C e D pertencem ao gráfico da função $y = \frac{1}{x}$, em que x > 0.
Daí, podemos determinar as coordenadas dos pontos dados.

Assim, $A\left(2, \frac{1}{2}\right); B\left(3, \frac{1}{3}\right); C\left(4, \frac{1}{4}\right)$ e $D\left(x, \frac{1}{x}\right)$.

Como o segmento AB é paralelo ao segmento CD, então $a_{\overline{AB}} = a_{\overline{CD}}$.
Logo,

$$\frac{3-2}{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}} = \frac{x-4}{\frac{1}{x}-\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{1}{\frac{-1}{6}} = \frac{x-4}{\frac{4-x}{4x}} \Rightarrow -6 = -(4-x)\cdot\frac{4x}{(4-x)} \Rightarrow x = \frac{6}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Portanto,

$$D\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{\frac{3}{2}}\right) = D\left(\frac{3}{2}, \frac{2}{3}\right).$$

B) Seja M o ponto médio do segmento AB.
Daí,

$$M = \left(\frac{2+3}{2}, \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{2}\right) \Rightarrow M = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{12}\right)$$

Seja N o ponto médio do segmento CD.
Daí,

$$N = \left(\frac{4+\frac{3}{2}}{2}, \frac{\frac{1}{4}+\frac{2}{3}}{2}\right) \Rightarrow N = \left(\frac{11}{4}, \frac{11}{24}\right).$$

Queremos mostrar que a reta passa pelos pontos M, N e a origem.
Logo, temos que mostrar que esses pontos estão alinhados, ou seja, o determinante tem que ser zero.
Daí,

$$\begin{vmatrix} \frac{5}{2} & \frac{5}{12} \\ \frac{11}{4} & \frac{11}{24} \\ 0 & 0 \\ \frac{5}{2} & \frac{5}{12} \end{vmatrix} = \left|\frac{5}{2}\cdot\frac{11}{24}+\frac{11}{4}\cdot 0+0\cdot\frac{5}{12}-\frac{5}{2}\cdot 0-0\cdot\frac{11}{24}-\frac{11}{4}\cdot\frac{5}{12}\right| = \left|\frac{55}{48}-\frac{55}{48}\right| = |0| = 0.$$

Como o determinante deu zero, então os pontos M, N e a origem estão alinhados.

Dado o sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases}\left[\cos(\alpha)+\operatorname{sen}(\alpha)\right]x & +\left[2\operatorname{sen}(\alpha)\right]y=0\\ \left[\cos(\alpha)\right]x & +\left[\cos(\alpha)-\operatorname{sen}(\alpha)\right]y=0\end{cases}$$

A) **ENCONTRE** os valores de a para os quais esse sistema admite solução não-trivial, isto é, solução diferente da solução x = y = 0.

B) Para o valor de a encontrado no item (a) que está no intervalo [0, π/2] , encontre uma solução não-trivial do sistema.

RESOLUÇÃO:

A) Para que um sistema linear admite a solução não-trivial, o seu determinante tem que ser igual a zero. Assim:

$$\begin{vmatrix}\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha & 2\operatorname{sen}\alpha\\ \cos\alpha & \cos\alpha-\operatorname{sen}\alpha\end{vmatrix}=0\Rightarrow$$

$$(\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha)(\cos\alpha-\operatorname{sen}\alpha)-2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha=0\Rightarrow$$

$$\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha-\operatorname{sen}(2\alpha)=0\Rightarrow$$

$$\cos(2\alpha)-\operatorname{sen}(2\alpha)=0\Rightarrow$$

$$\cos(2\alpha)=\operatorname{sen}(2\alpha)\Rightarrow 1=\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{\cos 2\alpha\alpha}\Rightarrow \operatorname{tg}2\alpha=1\Rightarrow$$

$$2\alpha=\frac{\pi}{4}+\kappa\pi\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{8}+\frac{\kappa\pi}{2},\ \kappa\in\mathbb{Z}$$

B) No intervalo $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ temos $\alpha=\frac{\pi}{8}$

Como queremos determinar uma solução não trivial, então tome y = 1.

Substituindo y = 1 e $\alpha=\frac{\pi}{8}$ na equação

$$\left[\cos(\alpha)\right]x+\left[\cos(\alpha)-\operatorname{sen}(\alpha)\right]y=0\Rightarrow$$

$$\left[\cos(\alpha)x+\left[\cos(\alpha)\right]-\operatorname{sen}(\alpha)\right]\cdot 1=0\Rightarrow$$

$$\left[\cos(\alpha)\right]x=-\left[\cos(a)-\operatorname{sen}(\alpha)\right]\Rightarrow$$

$$x=\frac{\operatorname{sen}(\alpha)-\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}\Rightarrow$$

$$x=\operatorname{tg}(\alpha)-1\cdot$$

$$x=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8}\right)-1\cdot$$

Ora,

$$\text{th}(2\alpha) = \frac{2\text{tg}\alpha}{1 - \text{tg}^2\alpha} \Rightarrow \text{tg}\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = \frac{2 \cdot \text{tg}\frac{\pi}{8}}{1 - \text{tg}^2 \frac{\pi}{8}} \Rightarrow$$

$$\text{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\text{tg}\frac{\pi}{8}}{1 - \text{tg}^2 \frac{\pi}{8}} \Rightarrow 1 = \frac{2\text{tg}\frac{\pi}{8}}{1 - \text{tg}^2 \frac{\pi}{8}} \Rightarrow 1 - \text{tg}^2 \frac{\pi}{8} = 2\text{tg}\frac{\pi}{8} \Rightarrow$$

$$\text{tg}^2 \frac{\pi}{8} + 2\text{tg}\frac{\pi}{8} - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Delta = 4 + 4 \Rightarrow \Delta = 8$$

$$\text{tg}\frac{\pi}{8} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \text{tg}\frac{\pi}{8} = -1 \pm \sqrt{2} \Rightarrow$$

$\text{tg}\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$, pois $0 < \frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{2}$.

Logo, $x = \text{tg}\frac{\pi}{8} - 1 \Rightarrow x = \sqrt{2} - 1 - 1 \Rightarrow x = \sqrt{2} - 2$

Portanto, $\left(\sqrt{2} - 2, 1\right)$

Matemática — Questão 12

O quadrilátero convexo ABCD, cujos lados medem, consecutivamente, 1, 3, 4 e 6 cm, está inscrito em uma circunferência de centro O e raio R.

A) **CALCULE** o raio R da circunferência.

B) **CALCULE** o volume do cone reto cuja base é o círculo de raio R e cuja altura mede 5 cm.

RESOLUÇÃO:

A) Por hipótese R é o raio da circunferência de centro O.

Seja $\beta = B\hat{A}D$. Daí, $B\hat{C}D = 180º - \beta$, pois o equilátero ABCD está inscrito na circunferência.

Trace o segmento BD.

Aplicando a lei dos cossenos nos triângulos ABD e CBD temos:

$BD^2 = 1^2 + 6^2 - 2 \cdot 1 \cdot 6 \cdot \cos\beta$ (I) e $BD^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(180º - \beta)$ (II).

Igualando as equações I e II temos:

$1 + 36 - 12\cos\beta = 9 + 16 - 24\,[-\cos(\beta)] \Rightarrow$

$37 - 25 = 12\cos\beta + 24\cos\beta \Rightarrow$

$\frac{12}{36} = \cos\beta \Rightarrow \cos\beta = \frac{1}{3}.$

Substituindo $\cos\beta = \frac{1}{3}$ na equação (I), temos:

$BD^2 = 1 + 36 - 12 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow$

$BD^2 = 37 - 4 \Rightarrow$

$BD = \sqrt{33}$

Da relação fundamental, temos:

$\operatorname{sen}^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2\beta + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 \Rightarrow$

$\operatorname{sen}^2\beta = 1 - \frac{1}{9} \Rightarrow \operatorname{sen}^2\beta = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} \Rightarrow \operatorname{sen}\beta = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow$

$\operatorname{sen}^2\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, pois $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$.

Aplicando a lei dos senos do ΔABD, temos:

$$\frac{BD}{\operatorname{sen}\beta} = 2R \Rightarrow \frac{\sqrt{33}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = 2R \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{66}}{2} = 2R \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{66}}{8}.$$

B) O volume do cone reto em que a base é o círculo de raio $R = \frac{3\sqrt{66}}{8}$ cme altura h = 5 cm é

$$V = \frac{1}{3}AB \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{3\sqrt{66}}{8}\right)^2 \cdot 5 \Rightarrow V = \frac{\pi \cdot 3 \cdot 66 \cdot 5}{64} \Rightarrow V = \frac{495\pi}{32}\ \text{cm}^3.$$